

8^ο ΣΥΝΕΔΡΙΟ ΕΝΕΔΙΜ - ΣΤΡΟΓΓΥΛΟ ΤΡΑΠΕΖΙ

«Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΚΛΗΣΗ ΣΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΤΑΞΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ»

ΕΙΣΗΓΗΣΗ 3: ΕΠΑΓΓΕΜΑΤΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΚΛΗΣΗ

Δέσποινα Πόταρη

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Στην έρευνα της Διδακτικής των Μαθηματικών η στροφή στον εκπαιδευτικό και στην επαγγελματική του εξέλιξη αρχίζει με προσπάθειες εστίασης στις γνωστικές ανάγκες των μαθητών καθώς και στην έμφαση στην εννοιολογική κατανόηση και στην ανάπτυξη συλλογισμού και στρατηγικών επίλυσης προβλήματος. Έχουμε κυρίως εστίαση στην ανάπτυξη της γνώσης των εκπαιδευτικών ώστε να υποστηρίξει τη μαθηματική δραστηριότητα των μαθητών και ένας μεγάλος αριθμός ερευνών ασχολείται με τις διαστάσεις αυτής της γνώσης και με το πώς αυτή μπορεί να αναπτυχθεί (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001). Ο εκπαιδευτικός που έχει αναπτύξει αυτή τη γνώση αναμένεται να θέτει καταστάσεις μαθηματικής πρόκλησης λαμβάνοντας υπόψη τις γνωστικές ανάγκες των μαθητών. Ένας αριθμός ερευνών εστιάζει στην ανάπτυξη της γνώσης των εκπαιδευτικών με προσεγγίσεις που είναι όλο και περισσότερο ενσωματωμένες στην πρακτική της διδασκαλίας. Έτσι έχουμε πρακτικές επαγγελματικής εξέλιξης, όπως μελέτη μαθήματος (Hart, Alston & Murata, 2011), παρατήρηση και μελέτη βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών (Wallin & Amador, 2019), ή κοινότητες διερεύνησης με βασικό στοιχείο τον αναστοχασμό (Jaworski, 2008). Οι πρακτικές αυτές εστιάζουν κυρίως στη σύνδεση της διδασκαλίας με τα γνωστικά χαρακτηριστικά των μαθητών, ενώ πρόσφατα η έρευνα μελετά πώς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να πάρουν υπόψη τους τις ανάγκες μαθητών από διαφορετικά κοινωνικά ή πολιτισμικά υπόβαθρα. Στην τελευταία περίπτωση, οι ομάδες και κοινότητες διερεύνησης γίνονται πιο διευρυμένες, ενώ αντικείμενο μελέτης γίνεται το πώς οι μαθητές μπορούν να έχουν ίσες ευκαιρίες συμμετοχής σε ουσιαστική μαθηματική δραστηριότητα (Civil, Hunter & Crespo, 2019).

Στην εισήγησή μου θα αναφερθώ σε πρακτικές επαγγελματικής εξέλιξης που αναπτύχθηκαν στο πλαίσιο του Ευρωπαϊκού Προγράμματος, EDUCATE [1], το οποίο συντονίζεται από το πανεπιστήμιο της Κύπρου και

έχει ως στόχο την υποστήριξη των εκπαιδευτικών ώστε να σχεδιάζουν και να διαχειρίζονται στη διδασκαλία τους μαθηματικά προκλητικές δραστηριότητες που να μπορούν να εμπλέκουν όλους τους μαθητές στην τάξη. Συγκεκριμένα θα περιγράψω το πλαίσιο επαγγελματικής εξέλιξης καθώς και τις κατανοήσεις και διδακτικές πρακτικές που ανέπτυξαν οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί.

Το πλαίσιο και οι πρακτικές επαγγελματικής εξέλιξης

Στο πρόγραμμα EDUCATE συμμετείχαν 4 χώρες και σε κάθε χώρα εκπαιδεύτηκαν περίπου 20 εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (μελλοντικοί και εν ενεργεία). Στην Ελλάδα σχηματίστηκαν 4 ομάδες εκπαιδευτικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης με 5-6 άτομα στην κάθε ομάδα. Θα αναφερθώ σε μια ομάδα εκπαιδευτικών Λυκείου με τους οποίους συνεργάστηκα κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς 2018-2019. Στην ομάδα συμμετείχαν 6 έμπειροι εκπαιδευτικοί που δίδασκαν μαθηματικά σε Γενικά Λύκεια της Αττικής καθώς και τρεις ερευνητές και πραγματοποιήθηκαν 8 τριώρες συναντήσεις.

Στις συναντήσεις οι εκπαιδευτικοί ταξινόμησαν προβλήματα σε σχέση με τη μαθηματική πρόκληση που μπορούσαν να δημιουργήσουν στην τάξη, συζήτησαν γύρω από πρακτικές διαφοροποίησης της διδασκαλίας και μαθηματικής πρόκλησης σε διάφορες φάσεις της διδασκαλίας και συνέδεσαν αυτές τις πρακτικές με την κουλτούρα της τάξης. Οι παραπάνω συζητήσεις βασίστηκαν σε υλικό που αναπτύχθηκε στο πλαίσιο του προγράμματος όπου οι εκπαιδευτικοί αντιμετώπιζαν φαινόμενα διδασκαλίας που παρουσιάζονταν κυρίως μέσα από περιγραφές και βιντεοσκοπημένα επεισόδια από σχολική τάξη.

Οι εκπαιδευτικοί, στηριζόμενοι στις παραπάνω δράσεις, σχεδίαζαν και πραγματοποιούσαν μαθήματα (3 διδασκαλίες ο καθένας), τα οποία βιντεοσκοπούσαν και επέλεγαν σύντομα επεισόδια που σχετίζονταν με ζητήματα που είχαν συζητηθεί στις συναντήσεις σχετικά με τη διαφοροποίηση της διδασκαλίας και μαθηματική πρόκληση. Τα επεισόδια αυτά τα παρουσίαζαν στις συναντήσεις και γινόταν συζήτηση πάνω στις πρακτικές διδασκαλίας που χρησιμοποιούσαν.

Παρακάτω παρουσιάζω πώς η μαθηματική πρόκληση και η διαφοροποίηση εμφανίστηκαν στον σχεδιασμό των εκπαιδευτικών, κατά τις διδασκαλίες τους στην τάξη καθώς και στις συναντήσεις.

Η νοηματοδότηση της μαθηματικής πρόκλησης

Η μαθηματική πρόκληση φάνηκε οικεία έννοια στους εκπαιδευτικούς αλλά ο τρόπος που ο κάθε εκπαιδευτικός την κατανοούσε και την έφερνε στην τάξη του ήταν διαφορετικός. Οι δραστηριότητες που σχεδίασαν οι εκπαιδευτικοί αφορούσαν α) προβλήματα μοντελοποίησης μιας πραγματικής κατάστασης όπως για παράδειγμα την τοποθέτηση ενός καθρέπτη στον τοίχο του δωματίου ώστε να φαίνεται ολόκληρο το είδωλό μας όταν είμαστε σε απόσταση ενός μέτρου από τον καθρέπτη, β) τη διατύπωση και τεκμηρίωση μιας εικασίας μέσα από μια γεωμετρική διερεύνηση, γ) την κατασκευή προβλημάτων από τους μαθητές που η λύση τους να εκφράζεται μέσα από την επίλυση μιας εξίσωσης πρώτου βαθμού, δ) την κατασκευή σχημάτων μέσα από τη χρήση χειραπτικών υλικών, για παράδειγμα την κατασκευή τριγώνων μέσα από ξύλινες ράβδους διαφορετικών μηκών και ε) την επίλυση ασκήσεων υψηλής δυσκολίας όπως για παράδειγμα πολυωνυμικών εξισώσεων ή εφαρμογή των τύπων Vieta.

Η μαθηματική πρόκληση φάνηκε για κάποιους να έχει στοιχεία μαθηματικής διερεύνησης και ανάπτυξη συλλογισμών καθώς και διατύπωση ορισμών, ενώ για άλλους εκπαιδευτικούς να απαιτεί πολύπλοκες μεθόδους επίλυσης προβλημάτων και έμφαση στην ακρίβεια και αυστηρότητα των μαθηματικών. Στη διδασκαλία στην τάξη η μαθηματική πρόκληση και η διατήρηση της εκφράστηκε μέσα από ερωτήσεις επέκτασης, μέσα από πολύ μειωμένο βαθμό παρέμβασης, μέσα από ερωτήσεις επεξήγησης, και μέσα από νόρμες επικοινωνίας και συνεργασίας που προσπάθησαν οι εκπαιδευτικοί να δημιουργήσουν.

Το παρακάτω απόσπασμα από τη συζήτηση στη δεύτερη συνάντηση δείχνει τις διαφορετικές θέσεις των εκπαιδευτικών σε σχέση με τη μαθηματική πρόκληση. Ο εκπαιδευτικός T3 παρουσιάζει το μάθημα που έκανε σε μια τάξη της Α΄ Λυκείου όπου εισάγει τις ρίζες ανώτερης τάξης μέσα από την εύρεση της πλευράς ενός τετραγώνου όταν είναι γνωστό το εμβαδόν του. Ο στόχος του είναι οι μαθητές να καταλήξουν στον ορισμό της ρίζας. Η αντίθεση εμφανίζεται κυρίως ανάμεσα στον εκπαιδευτικό T3 και στον T5. Ο T5 βλέπει ότι το γεωμετρικό πλαίσιο είναι περιοριστικό καθώς αναπαριστάνει μόνο θετικούς αριθμούς και αναρωτιέται τι έμαθαν τελικά οι μαθητές μέσα από μια τέτοια δραστηριότητα. Ο T3 θεωρεί ότι αυτό που έμαθαν οι μαθητές ήταν η μαθηματική διερεύνηση:

Η μεγάλη πρόκληση εδώ είναι ότι για πρώτη φορά διερωτόμαστε γιατί χρειαζόμαστε αυτό [την τετραγωνική ρίζα], το δεύτερο είναι η εμβάθυνση σε

αυτές τις έννοιες πέρα από τον ορισμό. Δεν υπάρχει αυτό το βάθος όταν δίνω τον ορισμό και αρχίζω να κτίζω στον ορισμό...

Ο Τ5 σχολιάζει προσπαθώντας να δει ακριβώς ποιο είναι το μαθηματικό περιεχόμενο:

Το πρώτο ζήτημα που βλέπω είναι ο ορισμός της τετραγωνικής ρίζας και το άλλο το είδος των αριθμών. Θα έδινα έμφαση στον ορισμό των ριζών, τι είναι αυτά τα πράγματα, πώς ορίζονται. Η ρίζα είναι μια διαδικασία και αυτό δικαιολογεί το σύμβολο. Είναι σημαντικό να εισάγουμε τους μαθητές στη διαδικασία που οδηγεί στη ρίζα. Και για αυτό χρησιμοποιώ το σύμβολο... και είναι άλλο πράγμα η φύση των αριθμών ότι το $\sqrt{9}$ είναι ακέραιος ενώ το $\sqrt{2}$ δεν είναι ... βλέπω δύο διαφορετικά θέματα.

Στην παραπάνω συζήτηση η μαθηματική πρόκληση αντιμετωπίζεται από τον Τ5 μέσα από την έμφαση στο περιεχόμενο και στον συμβολισμό αναζητώντας την ακρίβεια και την αυστηρότητα των μαθηματικών ενώ ο Τ3 βλέπει την πρόκληση μέσα στην προσπάθεια των μαθητών να οδηγηθούν μόνοι τους στην έννοια της ρίζας νιοστής τάξης.

Η νοηματοδότηση της διαφοροποίησης της διδασκαλίας

Η διαφοροποίηση της διδασκαλίας με βάση τις ανάγκες των μαθητών εμφανίστηκε στον σχεδιασμό των μαθημάτων από τους εκπαιδευτικούς μέσα από α) τη διατύπωση προβλημάτων που επιδέχονται περισσότερες από μια λύση όπως για παράδειγμα το σχεδιασμό καθέτων ευθυγράμμων τμημάτων που έχουν τα άκρα τους στις πλευρές τετραγώνου, β) τη διάθεση εργαλείων όπως τετραγωνισμένο χαρτί, χειραπτικό ή ψηφιακό υλικό, αναπαραστάσεις, γ) την εργασία των μαθητών σε ομάδες με βάση την προτίμηση τους ή την επίδοσή τους, δ) τη χρήση πλαισίου οικείου στους μαθητές, ε) τις διαφορετικές δυσκολίας ασκήσεις και στ) γραπτές υποδείξεις που οι μαθητές θα χρησιμοποιούσαν όταν θα χρειάζονταν βοήθεια.

Στην τάξη πρακτικές διαφοροποίησης της διδασκαλίας κυρίως εκφράστηκαν από την υπενθύμιση προηγούμενων γνώσεων, τη συζήτηση γύρω από το πραγματικό πλαίσιο και τις βασικές μαθηματικές ιδέες της δραστηριότητας κυρίως στην αρχή του μαθήματος, την παροχή ατομικής βοήθειας όταν οι μαθητές τη χρειάζονταν μέσα από εστιασμένες ερωτήσεις, στην ενθάρρυνση των μαθητών να εκφράσουν τις σκέψεις τους και να ακούσουν τη σκέψη των συμμαθητών τους, καθώς στη συζήτηση στην τάξη των διαφορετικών λύσεων των μαθητών.

Από την πρώτη συνάντηση οι εκπαιδευτικοί αναζητούσαν το νόημα της διαφοροποίησης που διαμορφωνόταν μέσα από την αλληλεπίδραση με τα

υλικά του προγράμματος και τις συζητήσεις. Διαφορετικές απόψεις εκφράζονταν από τους εκπαιδευτικούς ιδιαίτερα στις αρχικές συναντήσεις. Απόψεις όπως «κάθε μαθητής μπορεί να σκεφτεί», «πρέπει να γνωρίζουμε τους μαθητές μας για να κάνουμε διαφοροποίηση», «είναι δύσκολο γιατί κάποιοι μαθητές έχουν πολλές δυσκολίες» καθόρισαν σε μεγάλο βαθμό τις κατανοήσεις που αναπτύχθηκαν. Όλοι οι εκπαιδευτικοί έβαλαν τους μαθητές τους να δουλέψουν σε ομάδες και είδαν αυτό βοηθούσε όλους τους μαθητές να εμπλακούν. Οι εκπαιδευτικοί περιέγραψαν ως στοιχεία διαφοροποίησης προσεγγίσεις που δοκίμασαν στις διδασκαλίες τους όπως η σύνδεση αλγεβρικού και γεωμετρικού πλαισίου, η σταδιακή γενίκευση των απαιτήσεων του προβλήματος, η χρήση εργαλείων για πειραματισμό, η κατασκευή προβλημάτων από τους μαθητές και η χρήση γραπτών υποδείξεων.

Συμπερασματικά σχόλια

Το πλαίσιο επαγγελματικής εξέλιξης όπου οι εκπαιδευτικοί αλληλεπιδρούσαν με τα υλικά του προγράμματος, και συζητούσαν τις διδασκαλίες τους αναφορικά με τη μαθηματική πρόκληση και τη διαφοροποίηση της διδασκαλίας υποστήριξε καινούριες κατανοήσεις και πρακτικές για τη διδασκαλία των μαθηματικών. Οι εκπαιδευτικοί αυτοί συνεχίζουν και την τρέχουσα σχολική χρονιά τη συνεργασία πέρα από το πλαίσιο του προγράμματος. Δημιουργείται έτσι μια κοινότητα εκπαιδευτικών όπου η μαθηματική πρόκληση για όλους τους μαθητές γίνεται ένα ζήτημα από κοινού διερεύνησης.

Σημειώσεις

1. Το πρόγραμμα με τίτλο «Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)» (Project reference: 2017-1-CY01-KA201-026749, Programme: Erasmus+) χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ball, D. L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th edition) (pp. 433-456). New York: Macmillan.
- Civil, M., Hunter, R. & Crespo, S. (2019). Mathematics Teachers Committed to Equity: A Review of Teaching Practices. In D. Potari & O. Chapman (Eds.) *The Handbook of Mathematics Teacher Education*, Vol.1 (pp. 231- 262). Leiden, Boston: Brill Sense.

- Hart, L. C., Alston, A. S., & Murata, A. (2011). *Lesson study research and practice in mathematics education*. Netherlands: Springer.
- Jaworski, B. (2008). Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development: Teachers and didacticians in collaboration. In K. Krainer & T. Wood (Eds.) *Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities and networks. The international handbook of mathematics teacher education* (Vol.3, pp. 309-330). Rotterdam: Sense Publishers.
- Wallin, A. J., & Amador, J. M. (2019). Supporting secondary rural teachers' development of noticing and pedagogical design capacity through video clubs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(5), 515-540.